

Gaußsches Eliminationsverfahren

Mathe > Digitales Schulbuch > Analytische Geometrie > Lineare Gleichungssysteme > Gaußsches Eliminationsverfahren

Spickzettel Aufgaben Lösungen **PLUS**

Aus einem linearen Gleichungssystem eine Matrix erstellen:

das LGS so umstellen, dass nur noch auf einer Seite der Gleichung Faktoren mit Parameter stehen
Parameter und Rechenoperatoren (+, -, =) weglassen und die Zahlen als Matrix schreiben

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= a_{14} \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= a_{24} \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= a_{34} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{array} \right)$$

Bei dem Gauß'schen Eliminationsverfahren sind drei Operationen erlaubt:

- Multiplikation einer Zeile mit einer Konstanten ($\neq 0$)
- Addition des Vielfachen einer Zeile zu einer anderen Zeile
- Vertauschen zweier Zeilen

Um das lineare Gleichungssystem zu lösen, ist es am einfachsten, wenn du als erstes die Operationen so anwendest, dass in der ersten Spalte und der ersten Zeile eine Zahl steht und ansonsten in der ersten Spalte nur Nullen stehen.

In der zweiten Spalte sollten nur in der ersten und zweiten Zeile ein Zahl und sonst nur Nullen stehen. In der dritten Spalte sollten unterhalb der dritten Zeile nur Nullen stehen, usw.

Diese Form der Matrix wird **Stufenform** genannt.

Die Stufenform einer 3x4-Matrix:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \end{array} \right)$$

Anzahl der Lösungen eines linearen Gleichungssystem:

- $a_{33} = 0, a_{34} \neq 0$: falsche Aussage, keine Lösung
- $a_{33} \neq 0, a_{34} \neq 0$: genau eine Lösung
- $a_{33} = 0, a_{34} = 0$: unendlich viele Lösungen